A logikai algebra szabályai és alaptételei

(összeállította: Puskás József)

Logikai algebra szabályai

a) Kommutatív szabály (felcserélhetőség)

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = \mathrm{B} + \mathrm{A}$$

$$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = \mathrm{B} \cdot \mathrm{A}$$

Matematikai példa:

$$4 + 3 = 3 + 4$$

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

b) Asszociatív szabály (csoportosíthatóság, társíthatóság)

$$(\mathrm{A} + \mathrm{B}) + \mathrm{C} = (\mathrm{B} + \mathrm{C}) + \mathrm{A} = (\mathrm{A} + \mathrm{C}) + \mathrm{B}$$

$$(\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}) \cdot \mathrm{C} = (\mathrm{B} \cdot \mathrm{C}) \cdot \mathrm{A} = (\mathrm{A} \cdot \mathrm{C}) \cdot \mathrm{B}$$

Matematikai példa:

$$(3 + 5) + 2 = (5 + 2) + 3 = (3 + 2) + 5$$

c) Disztributív szabály (szétválaszthatóság)

$$\mathrm{A} + (\mathrm{B} \cdot \mathrm{C}) = (A + B) \cdot (A + C)$$

$$\mathrm{A} \cdot (\mathrm{B} + \mathrm{C}) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

Matematikai példa (csak a másodikra):

$$3 \cdot (2 + 4) = (3 \cdot 2) + (3 \cdot 4)$$

Logikai algebra alaptételei

$\bar{\bar{A}} = A$

$\mathrm{A} \cdot 0 = 0$

$\mathrm{A} + 0 = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} \cdot 1 = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} + 1 = 1$

$\mathrm{A} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} + \mathrm{A} = \mathrm{A}$

$\mathrm{A} \cdot \bar{A} = 0$

$\mathrm{A} + \bar{A} = 1$

$\mathrm{A} \cdot (\mathrm{B} + \mathrm{A}) = A$

Magyarázata:

$\mathrm{A} \cdot (\mathrm{B} + \mathrm{A}) = (A \cdot B) + (A \cdot A)$	a disztributív szabály alapján
$\mathrm{A} \cdot (\mathrm{B} + \mathrm{A}) = (A \cdot B) + A$	az $\mathrm{A} \cdot \mathrm{A} = \mathrm{A}$ alaptétel alapján
$(A \cdot B) + A = A \cdot (B + 1)$	a disztributív és az $\mathrm{A} +1 = 1$ alaptétel alapján
$A \cdot (B + 1) = A \cdot 1$	az $\mathrm{A} +1 = 1$ $(\mathrm{B} +1 = 1)$ alaptétel alapján
$A \cdot 1 = A$	az $\mathrm{A} \cdot 1 = \mathrm{A}$ alaptétel alapján

De - Morgan azonosságok

$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Magyarázata:

A	**B**	$\overline{\mathrm{A} + \mathrm{B}}$	$\overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{B}}$	$\overline{\mathrm{A} \cdot \mathrm{B}}$	$\overline{\mathrm{A}} \cdot \overline{\mathrm{B}}$
0	**0**	1	1	1	1
0	**1**	0	1	1	0
1	**0**	0	1	1	0
1	**1**	0	0	0	0